

УДК 550.831.017

АЛГОРИТМЫ АППРОКСИМАЦИИ ГЕОПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ, БАЗИРУЮЩИЕСЯ НА ФРАКТАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

©2006 А.С. Долгаль, А.В. Пугин

Горный институт УрО РАН, Пермь, 614007 e-mail: dolgal@mi-perm.ru

На основе фрактального подхода предлагаются новые высокотехнологичные алгоритмы аппроксимации гравитационного и магнитного полей разноглубинными эквивалентными источниками. Пространственное расположение источников определяется методами построения квадродерева или кратномасштабного вейвлет-анализа. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных направлений в развитии математической геофизики на современном этапе является глубокое развитие аппроксимационного подхода (Страхов, 2003). Рассмотрим аппроксимации внешних элементов гравитационного и магнитного полей совокупностями эквивалентных источников.

Впервые способ редуцирования поля силы тяжести, базирующийся на аппроксимации реальных аномалий полем “фиктивных” масс, предложен М.С. Молоденским. Дальнейшее развитие этот способ получил в работах М.А. Алексидзе, Н.Н. Бровара, Е.Г. Булаха, В.М. Гордина, В.А. Кузиванова, А.К. Маловичко, Л.П. Пеллинина, Ю.Г. Русьянова, О.В. Сергеева, И.Э. Степановой, В.Н. Страхова, А.В. Цирульского и др. Особо следует выделить работы В.И. Аронова, значение которых трудно переоценить как в теоретическом, так и в практическом плане (Аронов, 1976, 1990). Среди зарубежных исследователей необходимо отметить А. Бьерхаммара (Bjerhammar, 1968); а также упомянуть сравнительно новые разработки, свидетельствующие о неослабевающем интересе геофизиков к рассматриваемой проблеме (Grabner - Brunner et al., 1991; Pilkington, Urquhart, 1990). Эти аппроксимации называют также «истокообразными аппроксимациями» (Страхов, 2000), построением «числовых моделей» (Старостенко, 1978) или «аналитических моделей» (Булах, Шиншин, 1999) геофизических полей.

Суть такого рода аппроксимационных преобразований заключается в том, что вся информация о наблюдаемом геофизическом поле $U(x, y, z)$ сохраняется в виде некоторого числа k векторов $\mathbf{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ параметров источников, создающих модельное поле $U^{mod}(x, y, z)$, практически эквивалентное полю $U(x, y, z)$. Определение неизвестных параметров источников выполняется путем решения обратной задачи (ОЗ), которая обычно сводится к минимизации функционала $F(k, \mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{\mu} [U(x_i, y_i, z_i) - U^{mod}(x_i, y_i, z_i, k, \mathbf{P})]^2$ на множестве μ точек задания поля. В процессе минимизации при линейной постановке ОЗ решается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), при нелинейной ОЗ – последовательность СЛАУ. При $F(k, \mathbf{P}) \leq \varepsilon$, где ε - достаточно малая величина, сопоставимая с точностью измерений, решение ОЗ считается достигнутым.

Наибольшие трудности при построении аналитических аппроксимаций поля $U(x, y, z)$ связаны с большой и сверхбольшой размерностями СЛАУ (Страхов, Степанова, 2003), так как при решении практических задач $\mu \geq 10^5 - 10^6$. Соответственно, для создания эффективных вычислительных алгоритмов, реализующих «истокообразную аппроксимацию», необходимо использовать минимальное количество k источников поля $U^*(x, y, z)$, а также уменьшить число n параметров, входящих в вектор \mathbf{P} .

ФРАКТАЛЬНЫЙ ПОДХОД К АППРОКСИМАЦИИ ПОЛЕЙ

Возможны различные подходы к созданию эффективных алгоритмов, использующих сравнительно малые значения $n\mathbf{P}$: например - построение аппроксимационной конструкции, представленной точечными массами, располагающимися под каждой точкой задания поля, с последующим решением линейной ОЗ (Аронов, 1976, 1990; Долгаль, 1999) или аппроксимация поля набором трехмерных сингулярных

источников, параметры которых определяются методом нелинейного программирования (Майер и др., 1985). Однако в первом случае число источников поля $k = \mu$ является избыточным, во втором – требуется ручное построение начальной модели пространственного распределения возмущающих объектов и проводится решение сравнительно сложной нелинейной ОЗ.

Известно, что пространственное распределение аномалий гравитационного и магнитного полей обладает приближенной масштабной инвариантностью. Геопотенциальные поля являются мультифракталами, так как обладают самоподобной иерархически упорядоченной структурой (Блох, 2004; Морозов, 2002), которую можно попытаться учитывать в процессе аппроксимации.

Речь идет об очевидном факте: достаточно рассмотреть, например, одинаковые по размерам фрагменты карт поля силы тяжести Δg в редукции Буге масштабов 1:1 000 000, 1:200 000, 1:50 000, 1:10 000, чтобы убедиться в наличии на каждом из них однотипных морфологических элементов: локальных максимумов, локальных минимумов, градиентных зон и т.п. Совершенно аналогичная картина наблюдается и в аномальном магнитном поле $(\Delta T)_a$ (рис. 1).

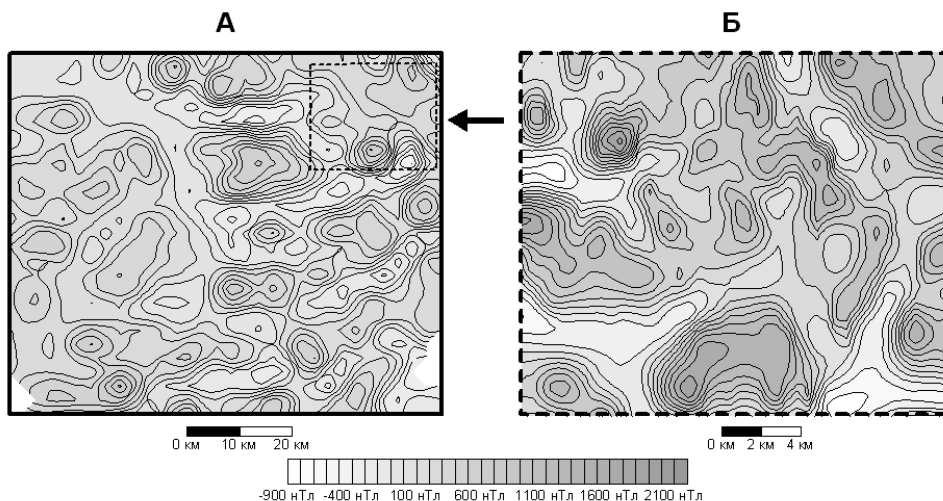


Рис. 1. Карты изодинам аномального магнитного поля $(\Delta T)_a$ над траппами Сибирской платформы, полученные в результате съемок на высотах 2400 м (А) и 1000 м (Б). Примечание: на карте А пунктиром нанесен контур участка, представленного на карте Б.

Можно тем или иным образом сопоставить пространственное размещение эквивалентных источников с характерными особенностями аппроксимируемого поля $U(x,y,z)$, проявляющимися на отдельных масштабах его рассмотрения. Целесообразно начать процесс построения аппроксимационной конструкции с наиболее грубого приближения (мелкого масштаба) поля и максимальных глубин размещения источников, т.е. осуществить моделирование региональной составляющей поля, обладающей наибольшей энергией. Затем последовательно переходить к детальному анализу поля и моделировать локальные аномалии различных порядков при увеличении масштаба.

Шаг сети λ задания моделируемой компоненты поля и глубина источников ν на каждом масштабе должны быть связаны соотношением $\lambda \leq \nu \leq 2\lambda$ с целью обеспечения устойчивости получаемых решений (Аронов, 1976, 1990). Таким образом, инвариантные относительно масштаба нерегулярные особенности моделируемого поля будут отвечать масштабно-независимым фрагментам трехмерной модели источников, которая также будет являться мультифракталом.

В статье предлагаются новые методы аппроксимации геопотенциальных полей, учитывающие их фрактальную структуру, один из которых базируется на используемом при сжатии цифровых графических изображений способе квадродерева (Уэстид, 2003), другой – на кратномасштабном анализе исходного поля с использованием вейвлетов Хаара (Дремин и др., 2001; Дьяконов, 2002; Столниц и др., 2002). В каждом из методов используется разложение поля $U(x,y,z)$ на «разномасштабные» составляющие, а также поиск основных сингулярностей, проявленных в каждой из этих составляющих.

МЕТОД КВАДРОДЕРЕВА

Основная идея метода заключается в представлении исходной области задания поля $S = S(x, y)$ в виде неперекрывающихся подобластей $S_\alpha : S = \bigcup_\alpha S_\alpha, \bigcap_\alpha S_\alpha = \emptyset$, число которых α возрастает в геометрической прогрессии при переходе от мелкого к более крупному масштабу (при увеличении деталь-

ности). Далее будем называть подобласти S_α ранговыми блоками, а процесс их последовательного уменьшения – увеличением глубины квадродерева N . Размещение эквивалентных источников можно увязать с разбиением области S на ранговые блоки, которое, в свою очередь, контролируется морфологическими особенностями аппроксимируемого поля.

Рассмотрим алгоритм на примере аппроксимации гравитационного поля, значения которого заданы на физической поверхности Земли в пределах области S , имеющей форму квадрата со стороной L , в узлах регулярной сети. Исходные данные представляют собой две квадратные матрицы, содержащие значения наблюдаемого поля силы тяжести $\mathbf{Dg} = \{\Delta g_{ij}\}$ и высотные отметки поверхности наблюдений $\mathbf{H} = \{H_{ij}\}$, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq m$, $\mu = m^2$.

Первоначально область S разбивается на четыре ранговых блока S_1 первого уровня, имеющих форму квадратов со стороной $l_1 = L/2$ (нижний индекс отвечает глубине квадродерева). Точечные источники (шары) размещаются в центрах ранговых блоков на глубине $l_1 \leq h_1 \leq 2l_1$ от поверхности Земли. Значения поля Δg_1 определяются путем усреднения соответствующих значений в пределах ранговых блоков и относятся к их центрам. Значения высот H_1 в центрах блоков вычисляются путем билинейной интерполяции по четырем ближайшим точкам. Массы четырех источников M_1 определяются путем решения СЛАУ $\mathbf{GM}_1 = \mathbf{Dg}_1$, где G – оператор решения прямой задачи гравиметрии для шара при $M_1 = 1$. Достаточно хорошая обусловленность СЛАУ обеспечивается указанным выше соотношением l_1/h_1 . Во всех μ точках задания исходного поля вычисляется модельное поле \mathbf{Dg}_1^{mod} , обусловленное шарами с известными массами M_1 . Разность наблюдаемого и модельного полей $\mathbf{Dg}_1^* = \mathbf{Dg} - \mathbf{Dg}_1^{mod}$ заменяет исходное поле \mathbf{Dg} на втором уровне глубины квадродерева.

Далее осуществляется увеличение глубины квадродерева: каждый ранговый блок S_N разбивается на четыре блока меньшего размера S_{N+1} – квадраты со сторонами $l_{N+1} = l_N/2$. Однако, если в пределах какого-либо рангового блока S_{N+1}^k , $1 \leq k \leq 4^N$ достигнута требуемая точность аппроксимации поля $\sqrt{\sum_1^{\mu_N} (\Delta g^*)^2} / \mu_n \leq \varepsilon$, где $\mu_N = \mu^2/4^N$ – количество точек поля внутри блока, источник в центр блока не помещается (рис. 2). Далее повторяется весь описанный выше процесс определения масс аппроксимирующих шаров \mathbf{M}_{N+1} и вычисления разностного поля \mathbf{Dg}_{N+1}^* .

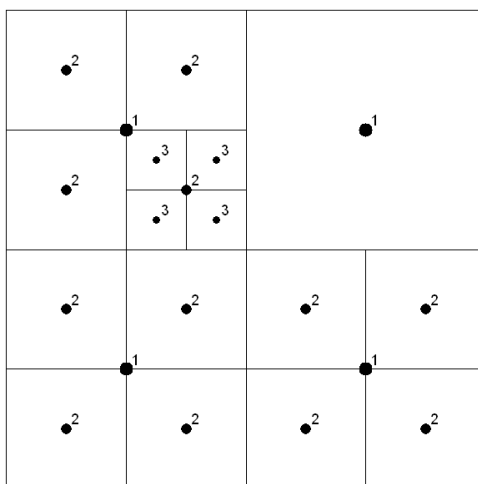


Рис. 2. Схема разбиения области S на ранговые блоки при глубине квадродерева $N_{max} = 3$.

Итерационный процесс построения аппроксимационной конструкции завершается при достижении априорно заданной среднеквадратической погрешности аппроксимации ε во всех μ точках задания поля или при достижении максимальной глубины квадродерева N_{max} , когда размер рангового блока l_{Nmax} начнет соответствовать расстоянию между узлами исходной матрицы поля $L/(m-1)$.

Таким образом, осуществляется адаптация сети расположения источников к морфологическим особенностям исходного гравитационного поля. Результирующая модель представляет собой совокупность

точечных масс, расположенных на нескольких уровнях глубин $h_1, h_2, \dots, h_{N_{\max}}$, с уплотненным распределением источников в плане вблизи участков, обладающих наиболее сложным характером поля.

Описанный алгоритм может быть усовершенствован для работы с данными, заданными в пределах участков произвольной конфигурации, в узлах нерегулярной сети. Для этого достаточно, при определении значений $\Delta g_i, i = 1, 2, \dots, N_{\max}$ в центрах ранговых блоков вместо усреднения применить интерполяцию (например – методом взвешенных расстояний). Принципиального значения выбор метода интерполяции в данном случае не имеет, так как независимо от принятого способа разложения исходного поля Δg на «разномасштабные» составляющие, качество решения задачи контролируется в точках исходной сети показателем $\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{N_{\max}} (\Delta g_{ij} - \Delta g_{ij}^{mod})^2} / \mu$.

Рассмотрим модельный пример, демонстрирующий возможности алгоритма. Поле Δg представляет собой гравитационный эффект семи шаров, расположенных на разных глубинах. Исходная матрица Δg имеет размер 128 строк, 128 столбцов ($\mu = 16384$); диапазон изменения значений поля Δg составляет от -10 мГал до 19 мГал. В результате применения описанного выше алгоритма построена сеточная модель, состоящая всего из 1013 шаров, обеспечивающая среднеквадратическое расхождение $\varepsilon = \pm 0.019$ мГал для полей Δg и Δg^* . Как видно из примера, количество эквивалентных источников в модели на порядок меньше числа точек задания исходного поля.

МЕТОД КРАТНОМАСШТАБНОГО ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА

Известно, что вейвлет-преобразование, характеризующееся иерархическим базисом, отлично приспособлено для анализа фрактальных и мультифрактальных множеств (Дремин и др., 2001). Представленный метод использует предшествующий аппроксимации кратномасштабный анализ поля с использованием быстрого вейвлет-преобразования – FWT (Fast Wavelet Transform), которое также называют алгоритмом Малла (Mallat algorithm) (Дьяконов, 2002). При этом, как и в методе квадродерева, осуществляется декомпозиция исходной задачи аппроксимации поля на несколько последовательно решаемых задач значительно меньшей размерности.

Принцип FWT заключается в том, что для создания «грубого образа» сигнала $f(x)$ служит скейлинг-функция $\varphi(x)$: $\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_k h_k \varphi(2x - k)$, где k – целые числа; а «уточнение» этого образа происходит с помощью вейвлет-функции $\psi(x)$: $\psi(x) = \sqrt{2} \sum_k g_k \psi(2x - k)$. Базисные функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ представляют собой ортонормированные масштабируемые функции с компактным носителем («всплески»), перемещаемые по оси x и легко адаптирующиеся к локальным особенностям сигнала.

Рекурсивное использование процедуры свертки сигнала с коэффициентами h_k и g_k происходит с уменьшением количества отсчетов в 2 раза при переходе от одного уровня («масштаба») j к другому $j+1$. Таким образом, происходит отображение сигнала из области его задания в семейство замкнутых вложенных подпространств $V_j \subset V_{j+1} \subset V_{j+2} \dots$, элементами которых являются ортогональные функции $\varphi(x)$

и $\psi(x)$: $f(x) = \sum_k s_{j_n, k} \varphi_{j_n, k} + \sum_{j < j_n} \sum_k d_{j, k} \psi_{j, k}$, где $s_{j_n, k}, d_{j, k}$ – вейвлет-коэффициенты, j_n – заданный максимальный уровень разложения сигнала. Аппроксимирующие вейвлет-коэффициенты определяются по итерационной формуле $s_{j+1, k} = \sum_m h_m s_{j, 2k+m}$, детализирующие коэффициенты – по формуле

$d_{j+1, k} = \sum_m g_m s_{j, 2k+m}$, при этом вся информация о сигнале $f(x)$ сохраняется в наборе коэффициентов $s_{j_n, k}$ и $\sum_{j=0}^{j_n} d_{j, k}$ (рис. 3).

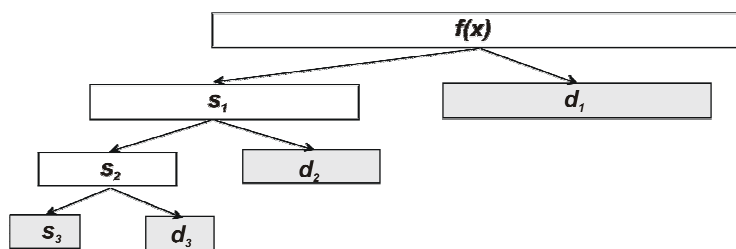


Рис. 3. Структура представления сигнала при быстром вейвлет-преобразовании (заштрихованы коэффициенты, используемые при реконструкции сигнала).

Для приближенного восстановления (синтеза) сигнала $f_\delta(x) \approx \sum_k s_{j_n,k} \varphi_{j_n,k} + \sum_{j < j_n} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}$ целесообразно отбросить некоторое количество n_0 сравнительно малых коэффициентов $d_{j,k}$, удовлетворяющих условию $|d_{j,k}| \leq \delta$. При этом точность восстановления сигнала в метрике L_2 будет определяться выражением $\varepsilon^* = \|f(x) - f_\delta(x)\| < \delta \sqrt{n_0}$.

Установлено, что вейвлет-коэффициенты существенно отличаются от нуля только вблизи сингулярностей $f(x)$, т.е. вейвлет-ряды обычных функций допускают сильное «разряжение». По этой причине обработка сигнала с помощью FWT позволяет существенно сжать объем информации, отбросить мелкие детали и выделить его наиболее существенные особенности (Дремин и др., 2001).

В качестве базисных функций будем рассматривать функции Хаара (Нааг) $\varphi(x) = \theta(x)\theta(1-x)$ и $\psi(x) = \theta(x)\theta(1-2x) - \theta(2x-1)\theta(1-x)$, где $\theta(x)$ - функция Хевисайда ($\theta(x) = 0$ при $x < 0$, $\theta(x) = 1$ при $x \geq 0$), а условия на границах имеют вид $\varphi(0) = 1, \varphi(1) = 0$ и $\psi(0) = 1, \psi(0.5) = -1, \psi(1) = 0$. Двумерный базис FWT, который предлагается применять для разложения мультифрактального гравитационного поля $\mathbf{Dg} = \{\Delta g_{ij}\}$ на составляющие, обладающие различными локальными размерностями, формируется путем тензорного произведения функций одномерного базиса, в частности для т.н. нестандартного базиса (Столниц и др., 2002) используется единственная скейлинг-функция $\varphi_{k,l}^{j_n} = 2^{j_n} \varphi(2^{j_n} x - k, 2^{j_n} y - l)$ и три вейвлета $\varphi_{k,l}^j = 2^j \varphi(2^j x - k, 2^j y - l)$, $\psi_{k,l}^j = 2^j \psi(2^j x - k, 2^j y - l)$, $\psi_{k,l}^j = 2^j \psi(x)\psi(y)(2^j x - k, 2^j y - l)$, где k, l - горизонтальный и вертикальный сдвиги, соответственно (рис. 4).

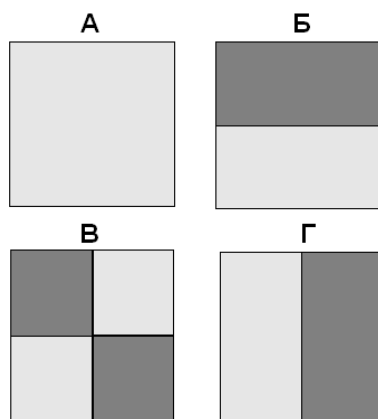


Рис. 4. Нестандартные базисные функции Хаара: А - скейлинг-функция $\varphi_{k,l}^{j_n}$; вейвлеты: Б - $\varphi_{k,l}^j$, В - $\psi_{k,l}^j$, Г - $\psi_{k,l}^j$ (светлые участки отвечают значениям функций +1, темные участки – значениям -1).

Аппроксимации эквивалентными источниками предшествует двумерное FWT поля \mathbf{Dg} , $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq m$, с нестандартными базисными функциями Хаара. Определяется пороговое значение δ вейвлет-коэффициентов $d_{k,l}^r, r = 1, 2, 3$, обеспечивающее требуемую точность восстановления поля ε^* . Затем на самом нижнем уровне $j = j_n$ проводится истокообразная аппроксимация поля $\Delta g^{j_n}(x, y) = 2^{-j_n} \sum_k \sum_l s_{k,l} \varphi_{k,l}^{j_n}$ (размерность матрицы – $m/2^{j_n}$ строк, $n/2^{j_n}$ столбцов) с использованием сеточной модели источников поля, аналогичной используемой в методе квадродерева. Источники (шары) размещаются только под теми точками задания поля, в которых выполняется условие $\sum_{r=1}^3 |d_{k,l}^r| \geq 3\delta$ при данном уровне разложения. На следующих уровнях $j < j_n$ последовательно аппроксимируют эквивалентными источниками «детализирующие» составляющие поля, которые определяются разностью восстановленных по вейвлет - коэффициентам аномалий \mathbf{Dg}^j и модельного поля \mathbf{Dg}_{mod}^{j+1} фрагмента аппроксимационной конструкции, построенного на предыдущих этапах, причем при размещении источников используется описанный выше принцип. Данный прием позволяет избежать накопления погрешностей $\varepsilon_j^*, 0 \leq j \leq j_n$, обусловленных собственно истокообразной аппроксимацией на каждом уровне («масштабе») разложения поля. Циклическое выполнение этих операции в процессе определения параметров эквивалентных ис-

точников обеспечивает достижение среднеквадратической погрешности аппроксимации исходного поля эквивалентными источниками $\varepsilon \leq \varepsilon^*$.

Рассмотрим пример аппроксимации гравитационного поля Δg шара, залегающего под хребтообразной формой рельефа, заданного в $64 \times 64 = 4096$ узлах квадратной сети ($m = 64$). Диапазон изменения амплитуды поля составляет 0.95 мГал – 17.18 мГал, при среднем значении 5.54 мГал и среднеквадратическом отклонении ± 3.24 мГал. Максимальный уровень разложения поля при FWT $j_n = 3$. Выбор порогового значения $\delta = 0.5$ обеспечивает восстановление поля с точностью $\varepsilon^* = \pm 0.17$ мГал с помощью вейвлет-синтеза.

Несколько более высокую точность аппроксимации поля \mathcal{E} обеспечивает модель, состоящая всего из 342 точечных масс, расположенных на конкордантных рельефу поверхностях с глубинами $h^{j=3} = 237.5$ м, $h^{j=2} = 118.8$ м, $h^{j=1} = 59.3$ м. Наличие источников на каждом j -ом уровне определяется высокими значениями вейвлет-коэффициентов $\sum_{r=1}^{r=3} |d_{k,l}^r| \geq 1.5$, которые в свою очередь, свидетельствуют о наличии сингулярностей поля, отчетливо проявленных в соответствующем масштабе (рис. 5).

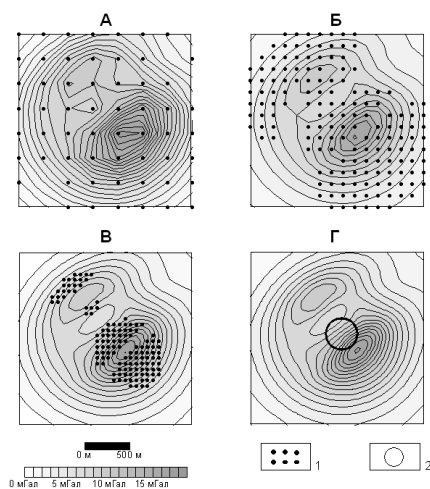


Рис. 5. Аппроксимация гравитационного поля Δg с использованием быстрого вейвлет-преобразования. А – синтезированное поле $\Delta g^{j=3}$ и аппроксимирующие его источники (58 шаров); Б – синтезированное поле $\Delta g^{j=2}$ и аппроксимирующие его источники (155 шаров); В – синтезированное поле $\Delta g^{j=1}$ и аппроксимирующие его источники (129 шаров); Г – исходное поле Δg . FWT 1 – эквивалентные источники; 2 – аномалообразующий объект.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В практике геофизических исследований приходится сталкиваться с интерпретационными задачами весьма большой размерности, решение которых можно существенно облегчить, опираясь на мультифрактальные свойства геопотенциальных полей. Широкие возможности для этого создает использование такого мощного и сравнительно редко еще используемого инструмента, как вейвлет-анализ.

Преимуществами представленных методов аппроксимации являются:

- декомпозиция сложной вычислительной задачи, сводящейся к последовательному решению нескольких СЛАУ сравнительно небольшой размерности;
- автоматическое определение местоположения эквивалентных источников в плане и на глубине, не требующее существенных затрат машинного времени;
- построение результирующей аппроксимационной конструкции, характеризующейся малым числом параметров отдельно взятого вектора $\mathbf{P} = \{x, y, z, M\}$ (где x, y, z – координаты центров тяжести, M – массы шаров) и небольшим количеством самих векторов $k \ll \mu$ (где μ – число точек исходного поля);
- обеспечение высокой точности ε совпадения наблюдаемого $U(x, y, z)$ и модельного $U^{mod}(x, y, z)$ полей.

Особый интерес представляет собой использование алгоритма при формировании баз данных в геоинформационных системах. Кроме массивов значений наблюдаемых полей, предлагается сохранять аппроксимации вида $k\mathbf{P}$, имеющие существенно меньшую размерность. Это обеспечивает возможность

восстановления поля в произвольно выбранных точках пространства вне источников, а также выполнение асимптотически оптимальных по точности трансформаций, учитывающих реальный рельеф поверхности наблюдений $H=H(x, y)$ (Аронов, 1978, 1990; Старостенко, 1978; Булах, Шиншин, 1999; Страхов, Степанова, 2003; Долгаль, 1999).

Список литературы

- Аронов В.И.* Обработка на ЭВМ значений аномалий силы тяжести при произвольном рельефе поверхности наблюдений. М.: Недра, 1976. 131 с.
- Аронов В.И.* Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризации залежей нефти и газа на ЭВМ. М.: Недра, 1990. 300 с.
- Блох Ю.И.* Проблема адекватности интерпретационных моделей в гравиразведке и магниторазведке // Геофизический вестник. 2004. № 6.С . 10-15.
- Булах Е.Г., Шиншин И.В.* Прямые и обратные задачи гравиметрии для совокупности локальных объектов и построение аналитической модели исходного поля // Докл. НАН Украины. 1999. № 1. С. 112 – 115.
- Долгаль А.С.* Аппроксимация геопотенциальных полей эквивалентными источниками при решении практических задач // Геофизический журнал. 1999. Т. 21. № 4. С. 71-80.
- Дремлин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А.* Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 3. С. 465-501.
- Дьяконов В.П.* Вейвлеты. От теории к практике. М: СОЛОН-Р, 2002. 448 с.
- Майер В.И., Никонова Ф.И., Федорова Н.В.* Численная оптимизация при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. С. 46 – 57.
- Морозов А.Д.* Введение в теорию фракталов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 160 с.
- Старостенко В.И.* Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наукова думка. 1978. 227 с.
- Столниц Э., Де Роуз Т., Салезин Д.* Вейвлеты в компьютерной графике. Пер. с англ. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. 272 с.
- Страхов В.Н.* Геофизический «диалект» языка математики. М: ОИФЗ РАН, 2000. 60 с.
- Страхов В.Н.* Основные направления развития теории интерпретации гравиметрических данных в начале XXI века // Геофизический журнал. 2003. Т. 25. № 3. С. 3-8.
- Страхов В.Н., Степанова И.Э.* Новый информационный базис гравиметрии, магнитометрии и геодезии // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 30-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского. Часть I. М.: ОИФЗ РАН, 2003. С. 118-123.
- Уэлстид. С.* Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии. М.: Изд-во «Триумф», 2003. 320 с.
- Bjerhammar A.* On gravity. The Royal Inst. of Techn., Stockholm, 1968. P. 130.
- Graber - Brunner V., Klinger E., Marson I.* An improved solution for the problem of upward continuation of gravity field data in rugged topography // Boll. geofis. teor. et appl. 1991. Vol. 33. № 130 - 131. P. 135 - 144.
- Pilkington M., Urquhart W.E.S.* Reduction of potential field data to a horizontal plane // Geofisics. 1990. Vol. 55. № 5. P. 549 - 555.

THE SUMMARY TO PAPER ALGORITHMS OF APPROXIMATION OF GEOPOTENTIAL FIELDS BASED ON FRACTAL APPROACH

A.S. Dolgal, A.V. Pugin

Mining Institute Ural Branch Russian Academy of Sciences, Perm, 614007

We suggest new high-technology algorithms based on the fractal approach to approximation of gravity and magnetic fields by equivalent sources located on different depths. The distribution of sources in space is determined by methods of constructing of quadrotree or multiresolution wavelet analysis. Results of computing experiments are given in this paper.