

О СВЯЗИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД
С ГЕОАКУСТИЧЕСКИМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ НА ОСНОВЕ УПРУГОЙ И ВЯЗКО-
УПРУГОЙ МОДЕЛЕЙ СРЕДЫ

Пережогин А.С., Ларионов И.А.

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Шевцов Б.М.

В настоящей работе представлены модельные расчеты зон геоакустической эмиссии, объясняющие наличие геоакустического отклика в земной коре в случае дипольного источника напряжений. Рассмотрена обобщенная модель Максвелла для вязкоупругого тела. Дано объяснение увеличения пространственного распределения зон геоакустической эмиссии в среде с памятью.

Введение

На камчатском сейсмическом полигоне проводятся наблюдения геоакустической эмиссии в открытых водоемах [6, 7]. Акустическая эмиссия является чувствительной формой контроля изменения напряженно-деформированного состояния среды. Полученные в работе [4] экспериментальные результаты требуют построения математических моделей. В настоящей работе предлагаются модели, описывающие наблюдаемые факты появления отклика в геоакустической эмиссии на большом удалении от очагов землетрясений, а также пеленга акустического сигнала на источник напряжений. В приближении упругого изотропного полупространства [1] показано наличие зон разуплотнения среды, которые образуются в окрестности очагов землетрясений при напряжениях близких к разрушительным значениям для горных пород. Возникновение отклика акустической эмиссии может происходить при напряжениях на несколько порядков меньших, чем в случае дилатансного разуплотнения. В работе [2] показано пространственное распределение зон геоакустической эмиссии на модели простой сосредоточенной силы в упругом изотропном полупространстве. Представляет интерес установить пространственное распределение зон геоакустической эмиссии при дипольном источнике напряжений в упругом полупространстве. Одновременно возможно показать характер зон дилатансии в случае двойной силы без момента.

Модель упругого однородного полупространства

Рассмотрим в качестве модели земной коры изотропное упругое однородное полупространство, в котором действует сосредоточенная двойная сила без момента. Дипольный источник напряжений представляет собой общепринятую модель очага земле-

трясения [3, 5]. Соответствующая данной ситуации математическая модель называется задачей Миндлина в случае двойной силы без момента.

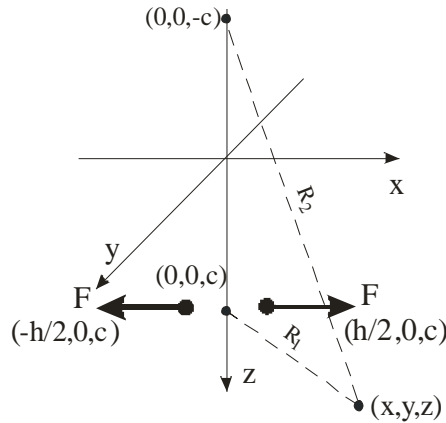


Рис. 1. Направление двойной силы без момента, $(0,0,c)$ – точка приложения сосредоточенной силы, $(h/2,0,c)$ и $(-h/2,0,c)$ – точки приложения двойной силы, F – модуль двойной силы.

Решение для поля напряжений получено постановкой координат вектора Галеркина $\mathbf{H} = \mathbf{i}X + \mathbf{j}Y + \mathbf{k}Z$ (1) в систему (2) [11]

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{M}{8\pi(1-\nu)} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2 + z + c} + \frac{2c^2}{R_2^3} \right) \\
 Y &= 0 \\
 Z &= \frac{M}{8\pi(1-\nu)} \left(\frac{2c}{R_2} - \frac{2cx^2}{R_2^3} + \frac{2(1-2\nu)x^2}{R_2(R_2 + z + c)} + 2(1-2\nu)\ln(R_2 + z + c) \right)
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial x} \Delta X + (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2}) \operatorname{div} \mathbf{H} \\
 \sigma_{yy} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial y} \Delta Y + (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \operatorname{div} \mathbf{H} \\
 \sigma_{zz} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial z} \Delta Z + (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \operatorname{div} \mathbf{H}
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{yz} &= (1-\nu) \left(\frac{\partial}{\partial z} \Delta Y + \frac{\partial}{\partial y} \Delta Z \right) - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \operatorname{div} \mathbf{H} \\
 \sigma_{zx} &= (1-\nu) \left(\frac{\partial}{\partial x} \Delta Z + \frac{\partial}{\partial z} \Delta X \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \operatorname{div} \mathbf{H} \\
 \sigma_{xy} &= (1-\nu) \left(\frac{\partial}{\partial y} \Delta X + \frac{\partial}{\partial x} \Delta Y \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \operatorname{div} \mathbf{H}
 \end{aligned}$$

где X, Y, Z – координаты вектора Галеркина \mathbf{H} ; $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy}$ – компоненты тензора напряжений; Δ – оператор Лапласа, ν – коэффициент Пуассона,

$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-c)^2}$, $R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+c)^2}$, $M = F \cdot h$ – сейсмический момент диполя.

Расчет зоны геоакустической эмиссии

Для определения зон геоакустической эмиссии используем величину $\tau_{\max} = (1 + \nu)\sigma_{\max} / E$, где E – модуль упругости, $\sigma_{\max} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) / 2$ – максимальное касательное напряжение [8], $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные значения тензора напряжений. Выделим следующие значения критерия τ_{\max} : 10^{-8} – 10^{-7} , 10^{-7} – 10^{-6} , 10^{-6} – 10^{-5} . Минимальные значения τ_{\max} соответствуют приливным деформациям, а максимальные – пределу прочности горной породы. В расчетах были выбраны следующие параметры: $c = 15000$ м, $\nu = 0.25$, $E = 8.7 \cdot 10^{10}$ Па. На рис. 2 показаны зоны геоакустической эмиссии на свободной поверхности XY в случае двойной силы без момента ($F = 5 \cdot 10^{13}$ Н, $h = 10^5$ м), которые соответствуют землетрясениям с энергетическим классом $K = 13$ и сейсмическим моментом $M = 5 \cdot 10^{18}$ Нм. Выбранные параметры источников напряжений соответствуют сильным землетрясениям с энергетическим классом $K > 12$, у которых геоакустические эффекты хорошо наблюдаются [7].

Согласно рис. 2, зоны геоакустической эмиссии по уровню относительных деформаций больше 10^{-8} простираются на расстояния более сотни километров от эпицентров землетрясений, что объясняет появление откликов в геоакустической эмиссии на большом удалении от области подготовки сейсмического события.

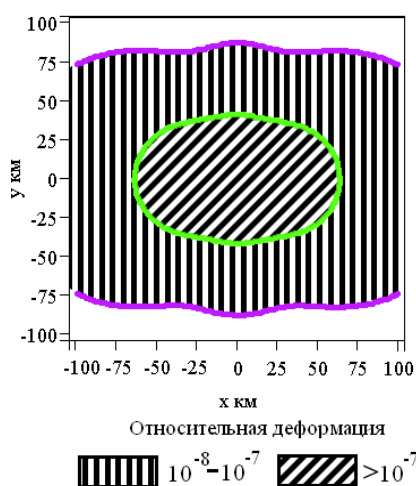


Рис. 2. Зоны геоакустической эмиссии по уровням сдвиговых деформаций, определяемые с помощью критерия τ_{\max} .

Расчет зоны дилатансии

В [1] использовался критерий разуплотнения горных пород

$$D_\tau = \tau - \alpha(P + \rho gz) - Y \geq 0,$$

где $\tau = \frac{\sqrt{3}}{2} \left((\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right)^{\frac{1}{2}}$ – интенсивность

касательных напряжений, $P = -\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3}$ – давление, α – коэффициент внутреннего

трения, ρ – плотность породы, g – ускорение свободного падения, z – координата точки, Y – сцепление породы. Параметры имеют следующие значения $\rho = 2900 \text{ кг/м}^3$, $g = 9.8 \text{ м/с}^2$, $Y = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $\alpha = 0.5$, $M = 5 \cdot 10^{22} \text{ Н}\cdot\text{м}$. На рис. 3-а приведены расчеты поверхностных зон дилатансии, рис. 3-б – очаговая зона дилатансии для дипольного источника напряжений.

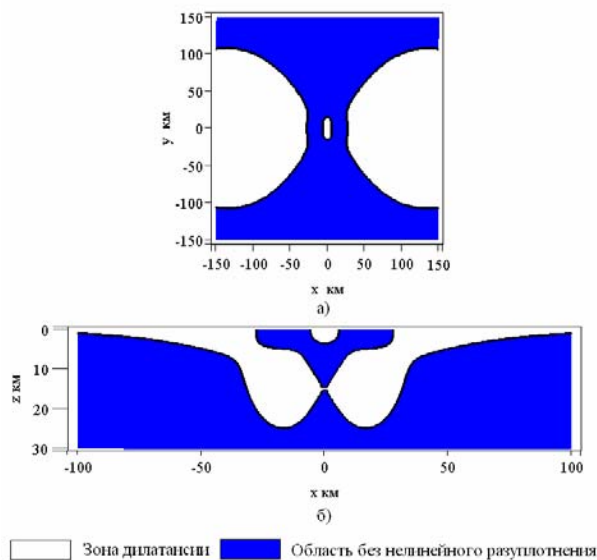


Рис. 3. Зона дилатансии на свободной поверхности $z = 0$ (а) и в сечении $y = 0$ (б).

Использование критерия D_τ позволяет определить зону нелинейного разуплотнения пород, в которой касательные напряжения доминируют над сжатием. При этом значения напряжений близки к критическим значениям разрушения горных пород. В зонах дилатансии отклик в акустической эмиссии будет значительно превосходить соответствующие её вариации в зонах геоакустической эмиссии. При этом параметры источника напряжений в земной коре будут иметь значение близкое к характеристикам землетрясения с классом $K > 16$. Данные модельные расчеты дилатансии показывают, что возникновение разуплотнения на удалении в сотни километров от источника напряжений возможны, и как следствие это будет проявляться в геоакустической эмиссии.

Вязкоупругая модель

Модель линейного вязкоупругого тела имеет вид [9]

$$\sigma(t) + \sum_{i=1}^m b_i \frac{d^i \sigma}{dt^i} = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{i=1}^n E_i \frac{d^i \varepsilon}{dt^i} \quad (3)$$

где $\sigma(t)$, $\varepsilon(t)$ - напряжение и деформации, b_i, E_0, E_i - некоторые константы.

Частным случаем модели линейного вязкоупругого тела является модель Максвелла с параметрами τ (время релаксации), E (модуль упругости).

$$\sigma(t) + \tau \frac{d\sigma}{dt} = \tau E \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (4)$$

Обобщением модели Максвелла на случай дробной производной по Капуто [10] служит реологическое уравнение, учитывающее наличие памяти у системы.

$$\sigma(t) + \tau \partial_{0t}^\alpha \sigma(s) = \tau E \partial_{0t}^\beta \varepsilon(s) \quad (5)$$

Рассмотрим случай, когда деформация $\varepsilon(t)$ постоянна. Уравнения (4) и (5) примут вид

$$\sigma(t) + \tau \frac{d\sigma}{dt} = 0 \quad (6)$$

$$\sigma(t) + \tau \partial_{0t}^\alpha \sigma(s) = 0 \quad (7)$$

Решение для уравнения (6) с начальным условием $\sigma(0) = \sigma_0$ имеет вид:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (8)$$

Решение уравнения (7) выражается через функцию Миттаг-Леффлера [10]

$$\sigma(t) = \sigma_0 E_{1/\alpha}\left(-\frac{t^\alpha}{\tau}, 1\right), \quad (9)$$

где $0 < \alpha \leq 1$. В случае $\alpha=1$ решение (7) совпадает с (6) по свойству функции Миттаг-Леффлера. На рис. 4 приведены графики функции (7) в зависимости от параметра α .

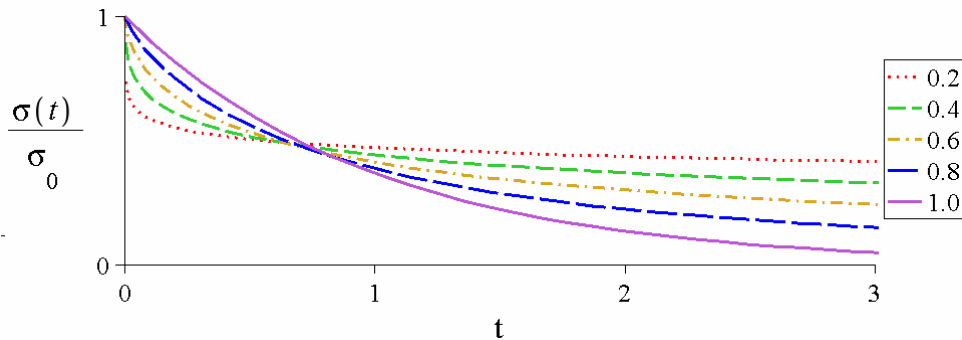


Рис. 5. Решение обобщенной модели Максвелла в зависимости от параметра α .

Видно, что при параметре $\alpha \neq 1$ получаем решения, которые имеют более медленно сходящиеся решения по сравнению с классической моделью Максвелла. Учет памяти в сплошной среде позволяет говорить о том, что зоны геоакустической эмиссии в случае вязкоупругой модели земной коры будут иметь большое пространственное распределение в отличие от сплошной среды без наличия памяти.

Заключение

На основе решений задачи для двойной силы без момента в упругом полупространстве и с использованием критерия максимальных касательных напряжений построены модели зон геоакустической эмиссии. Результаты вычислений позволили объяснить проявление геоакустических эффектов на большом удалении от очагов подготовки землетрясений.

Выполнены расчеты области дилатансии земной коры для дипольного источника напряжений. Формы зон дилатансии и геоакустической эмиссии имеют похожую пространственную структуру на свободной поверхности, но различаются по значениям сосредоточенного источника напряжений их определяющего.

Учет вязкоупругих свойств земной коры в рамках обобщенной модели Максвелла позволяет говорить об увеличении зон геоакустической эмиссии.

Литература

1. Алексеев А. С., Белоносов А. С., Петренко В. Е. О концепции многодисциплинарного прогноза землетрясений с использованием интегрального предвестника // Проблемы динамики литосферы и сейсмичности: Сб. науч. тр. / ГЕОС. Вычислительная сейсмология. вып. 32. 2001. С. 81-97.
2. Водичар Г. М., Пережогин А. С., Сагитова Р. Н., Шевцов Б. М. Моделирование зон геоакустической эмиссии. // Математическое моделирование. 2007. Т. 19. № 11. С. 59-63.
3. Дж. Райс Механика очага землетрясения. // Под ред. Николаевского В.Н. Мир. Москва. 1982. 217 с.
4. Гордиенко В. А., Гордиенко Т. В., Купцов А. В., Ларионов И. А., Марापалец Ю. В., Рутенко А. Н., Шевцов Б. М. Геоакустическая локация областей подготовки землетрясений. // Доклады академии наук. 2006. Т. 407. С. 669 – 672.
5. К. Аки, П. Ричардс Количественная сейсмология: Теория и методы. // Том 1. Москва. Мир. 1983. 520 с.
6. Купцов А. В., Ларионов И. А., Шевцов Б. М. Особенности геоакустической эмиссии при подготовке камчатских землетрясений. // Вулканология и сейсмология. 2005. № 5. С. 45-59.
7. Купцов А. В. Изменение характера геоакустической эмиссии в связи с землетрясением на Камчатке. // Физика Земли. 2005. № 10. С. 59-65.
8. Новацкий В. Теория упругости. // Пер. Победри Б.Е. Москва. Мир. 1975. 872 с.
9. Нахушева В. А. Дифференциальные уравнения математических моделей нелокальных процессов. // Научно-исследовательский институт прикладной математики и автоматизации Кабардино-Балкарского научного центра РАН. М: Наука, 2006. 173 с.
10. Псху А.В. Уравнения в частных производных дробного порядка. // Научно-исследовательский институт прикладной математики и автоматизации Кабардино-Балкарского научного центра РАН. М: Наука, 2005. 199 с.
11. Raymond D. Mindlin, David H. Cheng Nuclei of Strain in the Semi-Infinite Solid. // Journal of Applied Physics. Vol. 21. 1950. P. 926-930.

CORRELATION OF STRESS CONDITION OF ROCKS AND GEOACOUSTIC OBSERVATIONS IN THE CASE OF ELASTIC AND VISCOELASTIC CONTINUUM.

Perezhogin A.S., Larionov I.A.

Zones of geoaoustic emission and dilatancy for double force without moment in elastic half-space are considered. Generalized Maxwell model of viscoelastic continuum is represented. It is shown the extension of geoaoustic emission zones in this case.