



УДК 539.4+550.34+551.24

А. В. Викулин<sup>1</sup>, А. Г. Иванчин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН,  
г. Петропавловск-Камчатский  
e-mail: vik@kscnet.ru*

<sup>2</sup> *ООО «Музыка», Томск*

## Фазовый переход твёрдое тело — жидкость в блоковой геосреде как механизм извержения

Предложен механизм формирования магматического очага вулкана за счёт плавления твёрдого вещества земной коры в результате его пластической деформации. Расширение вещества при плавлении в очаге создаёт в окружающей его коре упругие напряжения, энергия которых составляет десятки мегатонн на кубический километр расплавляемой породы. Показано, что за счёт плавления магмы при её истечении из очага последний может излучать низкочастотные колебания. Проведено количественное описание таких колебаний и предложен механизм излучения, который находится в количественном соответствии с данными сейсмологических наблюдений на извергающихся вулканах.

### Введение

При теоретическом рассмотрении взрывного извержения вулкана основной является проблема формирования области запасенной энергии, высвобождаемой при извержении. Одна из основных гипотез предполагает, что образование магматического очага вулкана связано с подъёмом силикатного расплава магматическими колоннами из мантии с глубин 100 км и более путём проплавления земной коры либо внедрения вдоль глубинных разломов. Такая гипотеза противоречит имеющимся данным [7, 8].

Нам представляется, что вулкан не может быть связан с мантией напрямую магмоводом, заполненным жидким силикатным расплавом. Формирование магматического очага происходит в пределах земной коры. Для такой гипотезы имеются все основания. Действительно, геофизические [2], геологические [5, с. 186–197] и вулканологические [21] данные прямо указывают на возможность существования в пределах коры основных (палингенных) магматических очагов, питающих извержения. Более того, в блоковой геосреде, обладающей сильно нелинейными свойствами, одним из вероятных источников тепла, как показывают оценки [10], может являться механическое движение блоков земной коры [14], которое особенно интенсивно происходит именно вдоль «резких» сейсмических границ.

Механизмом, ответственным за образование магматического очага, будем полагать выделение тепла за счёт пластического течения и фазовый переход твёрдое тело — жидкость. Развиваемый авторами подход представлен в работах [4, 6–8, 22].

### Теплота и плавление

Будем полагать, что теплота выделяется в результате пластической деформации при механиче-

ском движении слагающих земную кору блоков. При низком значении коэффициента температуропроводности  $a \approx 0,1 \text{ см}^2/\text{с}$  вещества земной коры на интервалах времени порядка десятков тысяч лет, что значительно меньше характерного времени жизни вулканов, теплообменом можно пренебречь. Тогда в результате пластической деформации температура в очаге повысится на величину,  $\Delta T = \tau \epsilon / C^* \rho$ , где  $\tau$  — сдвиговое напряжение,  $\epsilon$  — пластическая деформация,  $C^*$  — теплоёмкость,  $\rho$  — плотность.

Практически для всех твёрдых тел температура плавления повышается с увеличением давления [15]. При одной и той же температуре под давлением материал твёрдый, а при снятии давления — жидкий. Фазовый переход твёрдое состояние — жидкость происходит с изменением плотности. Почти всегда плотность жидкой фазы меньше твёрдой [1]. Для простоты разогретый магматический очаг будем рассматривать в виде шара, начало сферической системы координат поместим в его центр. На рисунке схематично изображён профиль температуры  $T$  локально разогретой области, как функция радиуса. Точкой  $b$  обозначено положение межфазной границы. Левее точки  $b$  находится жидкая фаза, правее — твёрдая. Гидростатическое давление в коре есть

$$P = \rho g l, \quad (1)$$

здесь  $\rho$  — плотность,  $g$  — ускорение свободного падения,  $l$  — глубина расположения очага.

Если температура в разогретой области поднимется достаточно высоко, то в окрестности максимума температуры твёрдая фаза переходит в жидкую фазу с увеличением объёма. Поскольку жидкая фаза окружена твёрдой, то появляется избыточное давление  $\Delta p$ . В твёрдой фазе под действием избыточного давления  $\Delta p$  появится поле упругих смеще-

ний, которое в сферических координатах запишется следующим образом [11]:

$$U = \frac{C}{r^2} \{1, 0, 0\}, \quad (2)$$

здесь  $C$  — произвольная константа, порядок следования координат в сферической системе следующий: радиальная ( $r$ ), зенитная ( $\theta$ ), азимутальная ( $\varphi$ ). Тензоры деформаций  $\varepsilon$  и напряжений  $\sigma$  в твёрдой фазе в сферических координатах можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= -\frac{2C}{r^3}, & \varepsilon_{\theta\theta} &= \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{C}{r^3}, \\ \sigma_{rr} &= -\frac{2CG}{r^3}, & \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{CG}{r^3}. \end{aligned} \quad (3)$$

Остальные компоненты тензоров деформации и напряжений равны нулю. Здесь  $G$  — модуль сдвига вещества твёрдой фазы. На границе раздела фаз при  $r = b$ , нормальное к границе напряжение  $\sigma_{rr}$  равно давлению в жидкости

$$\sigma_{rr} = -\frac{2CG}{b^3} = \Delta p. \quad (4)$$

В двухфазных равновесных системах при постоянной температуре давление  $\Delta p$  не зависит от объёма фаз. Другими словами, можно принять:

$$C = ab^3. \quad (5)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности. В этом случае (4) перейдёт в  $\Delta p = -2G\alpha$ . На межфазной границе по (2) и (5) упругое смещение есть  $u_r = ab$ . За счёт него приращение объёма жидкости будет  $4\pi ab^3$ . Разделив эту величину на объём жидкой сферы  $\frac{4}{3}\pi b^3$ , получим, что относительное изменение объёма жидкой сферы будет составлять  $3\alpha$ , поэтому давление в жидкой фазе будет определяться из следующего выражения:

$$\Delta p = k(\omega - 3\alpha). \quad (6)$$

Здесь  $k$  — объёмный модуль упругости жидкости,  $\omega = (\rho - \rho_l)/\rho$  — относительное изменение объёма при плавлении,  $\rho_l$  — плотность жидкой фазы,  $\rho$  — плотность твёрдой фазы. Тогда полное давление с учётом (1) запишется следующим образом:

$$P = \rho gl + \Delta p. \quad (7)$$

Из (4) и (5) получаем  $\alpha = k\omega/(3k - 2G)$ .

Для реальных материалов отношение  $k/G \sim 1$ , или  $\alpha \sim \omega$ , в дальнейшем положим  $\alpha = \omega$ . Напряжения (3) тогда можно записать в виде:

$$\sigma_{rr} = -\frac{2G\omega b^3}{r^3}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{G\omega b^3}{r^3}, \quad (8)$$

а давление (6) в виде:

$$\Delta p = -2k\omega. \quad (9)$$

Знаку минус перед давлением соответствуют напряжения сжатия. Тогда энергия упругого поля в твёрдой фазе можно записать следующим образом [12]:

$$W_s = G \iiint_V (\varepsilon_{rr}^2 + \varepsilon_{\theta\theta}^2 + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2) dV = 6\pi b^3 G \omega^2. \quad (10)$$

Интегрирование проводится по объёму, занимаемому твёрдой фазой, то есть для  $r > b$ . Энергию упругости жидкой фазы по (9) можно записать в виде:

$$W_l = 2\pi b^3 \frac{(\Delta p)^2}{k} = 8\pi b^3 k \omega^2 \quad (11)$$

Таким образом, упругие энергии в жидкой области и в твёрдой оболочке, обусловленные фазовым переходом, имеют один порядок. Полная упругая энергия есть  $W = W_s + W_l = 14\pi b^3 k \omega^2$ . Приравнявая (10) и (11), получим условие равенства упругих энергий  $W_s = W_l$  в виде  $k = \frac{3}{4}G$ . Если  $k < \frac{3}{4}G$ , то упругая энергия, содержащаяся в жидкой фазе, меньше, чем в твёрдой. Если  $k > \frac{3}{4}G$ , то наоборот.

Процесс развивается так. В результате тепловыделения за счёт пластической деформации образуется локально разогретая область. Когда температура достигает температуры плавления, образуется жидкая фаза. Тепло, необходимое на плавление, поступает из твёрдой фазы. По мере разогрева твёрдой фазы растёт размер жидкой области  $b$ , а вместе с ней растут напряжения (8) и энергия (10) до тех пор, пока не происходит взрыв. При взрыве избыточное давление в очаге резко падает до величины  $\Delta p_l < \Delta p$ . Это приводит к тому, что часть твёрдой фазы, окружающей жидкую фазу, скачком переходит в жидкое состояние с увеличением удельного объёма, значительно повышая силу взрыва. Ситуация аналогична взрыву паровых котлов, происходящих в 19 веке, когда перегретая вода находилась в жидком состоянии под высоким давлением. При разгерметизации котла, вода скачком переходила в пар, создавая взрыв большой силы. Полное давление в очаге становится равным:

$$P = \rho gl + \Delta p_l \quad (12)$$

После взрыва начинается стационарная стадия извержения вулкана — излияние магмы на поверхность Земли. Эта стадия может наступить и без взрыва, если для магмы нет существенных препятствия для выхода. При скачкообразном переходе из твёрдого в жидкое состояние, температура вещества, которое перешло в жидкое состояние, оказывается ниже, чем температура твёрдой фазы вблизи фазовой границы, поскольку при плавлении тепло поглощается. За счёт теплопроводности тепло из твёрдой фазы перетекает в жидкую фазу.

Кроме того, имеет место и другой процесс. Поскольку магма уходит из очага, то давление  $\Delta p_l$  должно бы понижаться. Но этому препятствует переход твёрдой фазы в жидкую фазу с увеличением

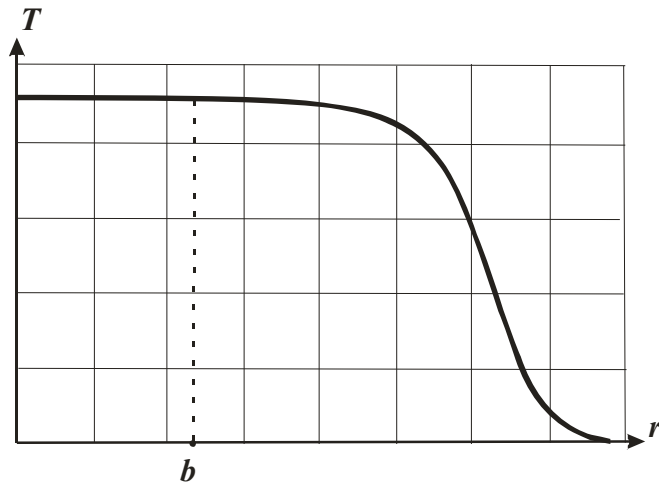


Рис. 1. Зависимость температуры вещества магматического очага, как функция его радиуса.

удельного объёма. Как известно из законов фазового равновесия двухфазных однокомпонентных систем [1], отвод одной из фаз приводит к фазовому переходу части вещества, при этом давление системы остаётся неизменными. Отвод магмы из очага приводит к переходу твёрдого вещества в жидкое, при этом межфазная граница «перемещается» внутрь твёрдой фазы, увеличивая тем самым объём жидкой фазы. Этот процесс поддерживает стационарное излияние магмы на поверхность Земли. Но поскольку с продвижением межфазной границы (см. рис.) температура понижается, то со временем этот процесс замедляется до полного прекращения. В результате жидкость будет нагрета неравномерно, около центра очага жидкость будет нагрета сильнее, её температура будет равна температуре плавления при давлении  $\Delta p + \rho g l$ . Температура твёрдой фазы вблизи фазовой границы также будет выше температуры прилегающей к границе жидкости. Для выравнивания температуры за счёт диффузной теплопроводности требуется время порядка  $b^2/a$ . Для  $b \sim 1$  км это время составит порядка 1000 лет. А вблизи твёрдой фазы эта температура близка к температуре плавления при давлении  $\Delta p + \rho g l$  и будет ниже температуры окружающей твёрдой фазы. Тепло из твёрдой фазы перетекает в жидкую фазу. Образуется сложный температурный профиль, поскольку время тепловой релаксации велико.

Согласно механике вязкой жидкости для течения вязкой жидкости в цилиндрической трубе имеет место соотношение [13]  $Q = \frac{\pi \chi^4 \Delta p l}{8 \mu l}$ . Здесь  $Q$  — секундный объёмный расход магмы через жерло вулкана,  $\chi$  — радиус жерла,  $\mu$  — вязкость магмы,  $l$  — глубина залегания очага (длина жерла вулкана от поверхности до очага). Отвод магмы из очага в течение некоторого времени не снижает (или снижает слабо) давление  $\Delta p_l$ , поскольку твёрдая фаза переходит в жидкую фазу с увеличением объёма, что компенсирует уход магмы из очага. За время  $dt$  межфазная граница передвинется на расстояние

$dr = \eta dt$ , здесь  $\eta$  — скорость перемещения межфазной границы, объём сферы, заполненной жидкой фазой, увеличится на  $dV = 4\pi b^2 \eta dt$ , в жидкое состояние перейдёт  $\rho dV$  твёрдого вещества. Образующийся за счёт расширения при плавлении избыточный объём жидкости равный  $\omega dV$ , должен быть отведён из очага, чтобы не увеличивать давления. Получаем объёмную скорость истечения магмы в виде:

$$\dot{V} = dV/dt = 4\pi \omega b^2 \eta. \quad (13)$$

Проведём оценки. При  $\rho = 3 \text{ г/см}^3$ ,  $\omega \approx 0,05$ ,  $b \approx 1$  км,  $\eta \approx 1$  мм/с для скорости истечения магмы получаем значение  $\dot{V} \approx 600 \text{ м}^3/\text{с}$ .

Оценку энергии, выделяющейся при извержении, произведём на примере алюминия, поскольку необходимых термодинамических параметров базальтов (зависимость температуры плавления от давления, сжимаемость, изменение плотности при фазовом переходе жидкость — твёрдое тело и т. д.) найти пока не удалось. Алюминий имеет температуру плавления 930 К, его термодинамические характеристики хорошо известны. Температура жидкой лавы начинается от 1000 К и близка к температуре плавления алюминия. По [15] зависимость температуры плавления алюминия от давления такая:  $T = 9 \cdot 10^8 p + 940$ . Здесь давление выражается в паскалях, температура — в Кельвинах. Теплота фазового перехода составляет 1,8 кДж/моль. Увеличение удельного объёма при плавлении составит  $\Delta V = 0,724 \text{ см}^3/\text{моль}$ , что соответствует относительному расширению  $\omega = 0,064$ . Модуль сдвига алюминия  $G = 2,45 \cdot 10^{10}$  Па [9]. При давлении 60 кбар относительная величина сжатия для алюминия — 0,08. Энергия поля упругой деформации (10) для  $b = 1$  км получается порядка  $10^{17}$  Дж, то есть порядка 50 мегатонн. Теплоёмкость алюминия 30 Дж/моль·К при 1000 К. Отсюда следует, что при атмосферном давлении при нагревании от температуры плавления 930 К до температуры 1300 К будет затрачено такое же количество теплоты, как и при фазовом переходе. Алюминий при температуре 1300 К и давлении  $6 \cdot 10^9$  Па находится в твёрдой фазе. Если давление сбросить, он скачком перейдёт в жидкую фазу с соответствующим энерговыделением.

Одна из проблем вулканологии — как происходит локализация избыточной энергии, необходимой для взрыва. Предложить механизм её формирования в жидкости пока не удалось. Механизм разогрева за счёт пластической деформации при условии фазового перехода твёрдой фазы в жидкую фазу, снимает эту проблему. Размер локально разогретого очага может быть любым, но надо, чтобы в локально разогретой области находился бы материал с «нужными» термодинамическими свойствами. За счёт уменьшения плотности вещества при плавлении формируется упругое поле с избыточной энергией.

### Низкочастотное излучение вулкана

При извержении вулкана наблюдается низкочастотные колебания — инфразвук, частотой порядка 1 Гц [16]. Возможный механизм его излучения на стационарной стадии извержения в рамках предложенного механизма извержения может быть таким. Пусть жидкая область как целое испытывает радиальные колебания с частотой  $\nu$ , период этих колебаний  $1/\nu$  много больше времени прохождения звуком жидкой сферы  $2b/c$ , здесь  $c$  — скорость звука в жидкости. В этом случае давление в жидкости можно считать одинаковым по её объёму и зависящим только от времени. К давлению (12) добавляется периодическое звуковое  $P \cos(2\pi\nu t)$ ,  $t$  — время,  $P \ll \Delta p_l$  — амплитуда звуковой волны. Полное давление равно  $P = \Delta p_l + \rho g l + P \cos(2\pi\nu t)$ .

В моменты времени  $t_k = k/\nu$  ( $k = 1, 3, 5, \dots$ ) косинус равен  $-1$  и звуковое давление достигает значения равного  $-P$ , жидкий очаг испытывает растяжение, относительное уменьшение давления в жидкости есть  $P/k$  смещение межфазной границы от равновесного положения есть  $3bP/k$  и уменьшение плотности потенциальной энергии в жидкости, обусловленное растяжением,  $P^2/(2k)$ . Умножая эту величину на объём жидкости, получаем максимальное значение снижения энергии при растяжении:  $2\pi b^3 P^2/(2k)$ . Далее жидкая сфера начинает сжиматься и цикл повторяется. Через время, равное одному периоду, очаг опять приходит в состояние максимального растяжения. Но из-за плавления за один период звукового колебания  $1/\nu$  размер жидкого очага увеличится на  $db = \eta/\nu$ , а упругая энергия твёрдой фазы из шарового слоя объёмом  $4\pi b^2 db$  перейдёт в упругую энергию жидкости. И при  $k < \frac{3}{4}G$  упругая энергия образующейся жидкости, будет больше упругой энергии расплавленного твёрдого тела на

$$6\pi b^2 \omega^2 (3G - 4k) \frac{\eta}{\nu}. \quad (14)$$

Этот избыток излучится в виде упругой волны в полный телесный угол. Умножив (14) на частоту, получим мощность излучения в виде  $6\pi b^2 \omega^2 (3G - 4k)\eta$ . Так происходит подпитка звучания энергией. Вулканическое звучание регистрируется в течение достаточно большого интервала времени до нескольких суток и более [16].

Волновое уравнение, описывающее излучение, записывается в виде:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_s^2 \Delta u. \quad (15)$$

Здесь  $\Delta$  — оператор Лапласа,  $c_s$  — скорость звука в твёрдой фазе. Поскольку задача центрально симметричная, то остаётся только одна радиальная компонента смещения, которую обозначим  $u$ , она зависит только от расстояния до начала координат. Отсутствие зенитной  $u_\theta$  и азимутальной  $u_\phi$  компонент смещения есть результат того, что жидкость

не может создать на межфазной границе касательных к границе смещений. Единственную компоненту, которую жидкость может создать за счёт давления — это нормальное к границе смещение  $u$ . Отсюда следует, что вулканический звук, излученный магматическим очагом, может иметь только продольную волну. Сдвиговая компонента в «прямом» вулканическом излучении должна отсутствовать.

Граничное условие на межфазной границе при  $r = b$  есть  $p = P \cos(2\pi\nu t)$ . Решение уравнения (15) можно записать в виде [18]:

$$u = \frac{Pb}{r} \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{r}{\lambda} \right). \quad (16)$$

Здесь  $\lambda = c_s/\nu$  — длина волны. Упругую деформацию можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r} = \\ &= 2\pi b P \left[ \frac{1}{lr} \sin 2\pi \left( \nu t - \frac{r}{\lambda} \right) - \frac{1}{r^2} \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{r}{\lambda} \right) \right], \\ \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\phi\phi} &= \frac{Pb}{r^2} \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{r}{\lambda} \right). \end{aligned}$$

Остальные компоненты тензора деформаций равны нулю. На расстояниях  $r \gg \lambda$  (в дальней зоне) в  $\varepsilon_{rr}$  остаётся только первое слагаемое в квадратных скобках

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} = 2\pi b P \frac{1}{\lambda r} \sin 2\pi \left( \nu t - \frac{r}{\lambda} \right),$$

а  $\varepsilon_{\theta\theta}$  и  $\varepsilon_{\phi\phi}$  равны нулю. Скорость упругого смещения есть:

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} = -2\pi P \nu \frac{b}{r} \sin 2\pi \left( \nu t - \frac{r}{\lambda} \right).$$

Тогда выражение для кинетической энергии, заключенной в сферическом слое толщиной в длину волны в полном телесном угле, представится следующим образом:

$$W_k = 2\pi\rho \int_r^{r+\lambda} \dot{u}^2 r^2 dr = 4\pi^3 \rho (Ab\nu)^2 \lambda = 4\pi^3 \rho (Pb)^2 c\nu$$

Эта кинетическая энергия должна быть равна энергии, излучаемой жидким ядром (14). В результате получаем:

$$\eta = \frac{2\pi^2 \rho P^2 c\nu^2}{\omega^2 (3P - 4k)}.$$

Подставляя полученное выражение в (13) и исключая параметр  $\eta$  с учётом (14), получаем

$$b = \frac{1}{2\pi P \nu} \sqrt{\frac{\dot{V} (3G - 4k)}{2\pi \rho c}}. \quad (17)$$

Полученное выражение определяет размер источника вулканического дрожания (магматического очага) через величины, которые, в принципе, могут быть измерены. Для значений параметров  $\rho = 3 \text{ г/см}^3$ ,  $c = 5 \text{ км/с}$ ,  $\nu = 10 \text{ Гц}$ ,  $\omega = 0,05$ ,  $\Pi = 0,1 \text{ см}$ ,  $V = 100 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $3G - 4k = 10^9 \text{ Па}$ , по (17) получаем оценку размера очага  $b = 900 \text{ м}$ . Она практически совпадает с полученными для конусов Северного прорыва Толбачинского извержения 1975 г. данными [3].

В [20] рассматривался механизм излучения звуковых колебаний за счёт вязкости при течении магмы. Но для реализации этого механизма требуется специфическая зависимость вязкости от скорости. Обычная вязкость, как правильно отмечено в [20], не может быть причиной излучения звука.

### Обсуждение результатов

Блоковость геосреды, механическое движение блоков, способное в результате пластического течения создавать локальные источники избыточного тепла, позволили авторам в этой и предыдущих своих работах [6–8] предложить модель, в рамках которой упругая энергия в области вулкана может длительное время сохраняться в «перегретых» твердофазных объемах — магматических очагах. Величина упругой энергии, как показано в работе, может достигать значений порядка  $10^{17} \text{ Дж}$  на  $1 \text{ км}^3$  перегретой твёрдой фазы. Такая энергия выделяется в очагах наиболее сильных землетрясений с магнитудами  $M \approx 8$  и более. Поэтому «перегретые» корни вулканов, по сути, являются источниками колоссальной упругой энергии, что позволяет объяснить как взаимодействие вулканов между собой и, как следствие, миграцию вулканических извержений в пределах вулканической цепи [19], так и взаимодействие вулканических явлений с сейсмическими. При таком подходе к задачам геодинамики не требуется привлекать широко распространенные в настоящее время модели подъёма магмы с глубин мантии и ядра. Более того, к проблемам термики Земли и «горячих точек» оказывается возможным подойти с принципиально новых позиций: такие «тепловые» объекты могут являться зонами повышенной геодинамической активности литосферы и/или мантии в результате движения слагающих их блоков и плит [4].

### Список литературы

1. Базаров И. П. Термодинамика, Москва: Высшая школа, 1991.
2. Балеста С. Т., Зубин М. И., Каргопольцев А. А., Федорченко И. А. Глава XV. Глубинное строение района извержения // Большое трещинное Толбачинское извержение. Камчатка. 1975–1976 / Ред. Федотов С. А. М.: Наука, 1984. С. 514–537.
3. Викулин А. В. О длине приповерхностной трещины, через которую осуществляется питание конусов Северного прорыва // Вулканология и сейсмология. 1984. № 3. С. 82–87.
4. Викулин А. В., Мелекесцев И. В., Акманова Д. Р., Иванчин А. Г., и др. Информационно-вычислительная система моделирования сейсмического и вулканического процессов как основа изучения волновых геодинамических явлений // Вычислительные технологии. 2012. № 3. С. 34–54.
5. Ермаков В. А. Формационное расчленение четвертичных вулканических пород. М.: Недра, 1977. 223 с.
6. Иванчин А. Г. Роль кооперативных эффектов при движении дислокаций в диссипации энергии. Дисс. на соискание уч. ст. канд. физ. — мат. наук. Томск: ИОА СО АН СССР, 1982. 131 с.
7. Иванчин А. Г., Викулин А. В. Модель теплового взрыва при пластической деформации и землетрясении // Матер. Всеросс. конф. «Школа по фундаментальным основам моделирования обработки материалов» Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КнАГТУ», 2010. С. 22–25.
8. Иванчин А. Г., Викулин А. В., Фадин В. В. Ротационная модель теплового разогрева и проблема вулканических очагов // Проблемы комплексного геофизического мониторинга Дальнего Востока России. Труды Третьей научно-технической конференции. Петропавловск-Камчатский: КФ ГС РАН, 2011. С. 302–306.
9. Кикоин И. К. (ред.) Таблицы физических величин. Справочник. М.: Атомиздат, 1976. 1007 с.
10. Кропоткин П. Н. Основные проблемы энергетики тектонических процессов // Известия АН СССР. Серия геологическая. 1948. № 5. С. 89–104.
11. Кутателадзе С. С., Боришанский М. В. Справочник по теплопередаче. Ленинград: Государственное энергетическое издательство, 1958.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. Т. VII. М.: Наука, 1987.
13. Лойцанский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003.
14. Пейве А. В. Тектоника и магматизм // Известия АН СССР. Серия геологическая. 1961. № 3. С. 36–54.
15. Ножков Е. Ю. Фазовые диаграммы элементов при высоком давлении, М.: Наука, 1979.
16. Фирстов П. П. Вулканические акустические сигналы диапазона 0,5–10 Гц в атмосфере и их связь с эксплозивным процессом. Петропавловск-Камчатский: КГПУ, 2008.
17. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.
18. Корн Г, Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974.
19. Vikulin A. V., Akmanova D. R. et al. Migration of seismic and volcanic activity as display of wave geodynamic process // Geodynamics & Tectonophysics. 2012. Vol. 3. N 1. P. 1–18.
20. Трубников Б. А. и др. К теории глубинного вулканического дрожания // ДАН СССР. 1981. Т. 256. № 6. С. 1341–1344.
21. Мелекесцев И. В. «Детерминированные» и «случайные» вулканические извержения в XIX и XXI веках // Новейший и современный вулканизм на территории России / Ред. Н. П. Лаверов. Наука, 2005. С. 210–214.
22. Ivanchin A., and Vikulin A. Solid-Liquid Phase Transition As a Mechanism of Volcano Eruption // Cornell University Library. Physics.<sup>1</sup>

<sup>1</sup><http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1206/1206.5992.pdf>